Lycée d'Application N. MANDELA
Département de Mathématiques
Niveau : Tle C
Classes : Tle C1

TRAVAUX DIRIGES N°26

Thèmes : Coniques et courbes paramétrées
Chargé de cours: M. MINKO ANGE
Année scolaire : 2025-2026

Exercice N°1

Le plan est muni du repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.
Dans chacun des cas suivants, donne la nature de la conique (Γ), le centre, l'axe focal, les directrices, les sommets et les foyers de la conique d'équation :

a) $x^2-2y^2=2$

b) $-\frac{(x-1)^2}{4}+\frac{(y+2)^2}{9}=1$

c) $x^2+2y^2+4x-4y=10$

Exercice N°2 (BAC C GABON 2012)

Le plan est rapporté un repère orthonormé $(O,\vec{I},\vec{J})$.
On considère la courbe paramétrée (C) définie par :
$\begin{cases}x(t)=\ e^t-e^{-t}\\ y(t)=\ e^t+e^{-t}\end{cases}$; $(t\ \in\ R)$ et $M(t)$ est le point de coordonnées $(\ x(t);\ y(t))$.

1) a) Démontrer, en comparant $M(-t)$ et $M(t)$, que la courbe (C) admet un axe de symétrie.

b) Étudier les variations des fonctions x et y sur $[0;+\infty[$

c) Déterminer une équation de la tangente à la courbe (C) au point $A(\ x(0);\ y(0))$.

2) a) Calculer $x(t)^2-x(t)^2$

b) En déduire que la courbe (C) est une partie d'une conique (H).

c) Déterminer les asymptotes, l'axe focal, les foyers et l'excentricité de (H).

3) Tracer (C) et (H) sur la même figure.

Exercice N° 3

Le plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{I},\vec{J})$. $M(t)$ est un point mobile de coordonnées $(\ x(t);\ y(t))$ tels que :
$\begin{cases}x(t)\ =\frac{1}{2}\ cos(2t)\ -\ cos(t)\\ y(t)=\ sin(t)\end{cases}$; $(t\ \in\ R)$. Soit (C) la courbe décrite par la trajectoire de $M(t)$.

1) a) Montrer que les fonctions x et y sont périodiques de période T que l'on précisera.

b) Que peut-on dire des positions des points $M(t)$ et $M(t\ +T)$?

c) Calculer $x(-t)$ et $y(-t)$ et en déduire les positions des points $M(-t)$ et $M(t)$.

d) Justifier que l'on peut réduire le domaine d'étude à $[0,\pi]$

2) Soit la courbe (C') la courbe définie par :
$\begin{cases}x(t)\ =\frac{1}{2}\ cos(2t)\ -\ cos(t)\\ y(t)=\ sin(t)\end{cases}$; $(t\ \in\ [0,\pi]\ )$.

a) Comment obtient-on (C) partir de (C') ?

b) Calculer $x'(t)$ et $y'(t)$ et dresser le tableau de variations des fonctions x et y.

c) Déterminer les coordonnées des points en lesquels la tangente est verticale.

d Dé terminer les coordonnées des points en lesquels la tangente est horizontale.

3) Tracer la courbe (C). On prendra :$\sqrt{3}=\ 1{,}7$.

Exercice N° 4

Le plan est muni du repère$(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1) Dans chacun des cas suivants, déterminer le sommet, l'axe focal, la directrice et le foyer de la parabole :

a) (P): $2y^2+3x=0$

b) (Q): $x^2-2x=-3y-1$

c) Tracer (P) et (Q).

2) Soit (Γ) la conique d'équation
$3x^2+4y^2+6x-9=0$.

a) Déterminer la nature de la conique (Γ), le centre, les sommets, l'axe focal, les directrices et les foyers.

b) Tracer (Γ).

Exercice N° 5

Le plan est muni du repère$(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.
(Γ) est une conique à centre de foyer F de directrice associée (D) et d'excentricité e:
Dans chacun des cas suivants, détermine une équation de (Γ).

1) $F(1;0)$; (D) : $x = 10$; $e=\frac{4}{5}$

2) $F(4;-1)$ (D) : y = 0 ; $e = 3$.

Exercice N° 6 (BAC C 2000)

Le plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{I},\vec{J})$, on considère l'ensemble (H) des points de coordonnées $(x;y)$ vérifiant :$-23x^2+3y^2+26\sqrt{3}\ xy=36$ Soit f l'application qui au point $M(x;y)$ associe le point $M'(x';y')$ tel que : $\begin{cases}x'=x+y\sqrt{3}\\ y'=-x\sqrt{3}+y\end{cases}$. On pose $z=x+iy$ et $z'=x'+iy'$.

1) Exprimer z' en fonction de z. En déduire la nature et les éléments caractéristiques de f.

2) a) Déterminer une équation cartésienne de (H') image de (H) par f.

b) Démontrer que (H') est une hyperbole dont on précisera les sommets, les foyers et l'excentricité.

c) Construire (H') puis en déduire la nature et une construction de (H).

3) Soit (C) la courbe représentation paramétrique :
$\begin{cases}x(t)\ =\frac{3}{cost}\\ y(t)=\ 2tant\end{cases}$; $(t\ \in\ ]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}[)$ et $M(t)$ le point de (C) de coordonnées $(\ x(t);\ y(t))$.

a) Démontrer, en comparant $M(-t)$ et $M(t)$, que la courbe (C) admet un axe de symétrie.

b) Étudier les variations des fonctions x et y sur $[0,\frac{\pi}{2}]$.

c) Montrer que (C) est une partie de (H').

d) Construire (C) sur le même graphique